

Hertentamen Signalen en Systemen

16 augustus 2004, 14:00–17:00

□—□

Belangrijke punten:

- U bent verplicht om uw collegekaart tijdens de tentamen mede te nemen.
- Schrijf zo netjes mogelijk met een pen of vulpen (geen potlood).
- Vul de kop van het eerste blad volledig in.
- Nummer de bladen en zet bovenaan het eerste blad het totaal aantal ingeleverde bladen en voorzie ieder blad van uw naam.
- Schrijf netjes met blauwe of zwarte pen; geen potlood!
- Schrijf uw naam en studentnummer op de envelop. Na afloop van de toets doet u uw werk in de envelop en levert deze in. Plak deze envelop niet dicht.
- Lees de opgaven eerst rustig door.
- Besteed niet te veel tijd aan een enkele opgave.
- Het gewicht van iedere opgave is in procenten vermeld.
- Het gecorrigeerde werk is na ongeveer drie weken af te halen bij de studieadministratie Wiskunde en Informatica.
- In tegenstelling tot het tentamen is dit hertentamen **geen open boek tentamen**.

-- SUCCES --

Opgave 1: (25%)

Bij de analoge telefoon was het gebruikelijk om meerdere gesprekken te multiplexen op dezelfde telefoonkabel. Een huisaansluiting van de telefoon heeft een beperkte bandbreedte. We gaan er vanuit dat het spraaksignaal van de huisaansluiting $x(t)$ bandbegrensd is; dat wil zeggen $|X(j2\pi f)| = 0$ voor $|f| > 3\text{kHz}$. We willen de gesprekken van 10 huisaansluitingen multiplexen op dezelfde kabel. Het multiplexen geschiedt door (AM-)modulatie van de signalen van de afzonderlijke huisaansluitingen en vervolgens deze signalen bij elkaar op te tellen.

1. Bepaal de minimaal benodigde bandbreedte van de telefoonkabel waarop we de gesprekken multiplexen.
2. Bepaal de draaggolffrequenties (carrier-frequencies) voor de 10 afzonderlijke signalen zodanig dat de benodigde bandbreedte van de telefoonkabel minimaal is (compacte stapeling).
3. Stel dat de draaggolffrequentie voor $x(t)$ 3kHz is en voor $y(t)$ 9kHz is. Het signaal van de huisaansluitingen x is bandbegrensd met $|X(j2\pi f)| = 0$ voor $|f| > 3.5\text{kHz}$ en die van y is bandbegrensd met $|y(j2\pi f)| = 0$ voor $|f| > 3\text{kHz}$. Wat zijn de gevolgen van de grotere bandbreedte van x na transmissie van x en y over dezelfde kabel en de-multiplexing? Hoe kan een ontwerper van het multiplexing- en de-multiplexingsysteem dit probleem verhelpen?

Opgave 2: (25%)

We gaan uit van een systeem met input x en output y . We vragen van de volgende systemen of ze lineair, bemonsterd, causaal, stabiel en/of tijdinvariant zijn? N.B. houdt hierbij rekening met de constanten.

1. $y[n] = a + b x[n - 2]$
2. $y(t) = x(t + \tau) + x(t - \tau)$
3. $y[n] = 2 y[n] - x[n - 1]$
4. $y[n] = 2 y[n - 1] - x[n - 1]$
5. $y(t) = \cos(\omega t) x(t)$

Opgave 3: (25%)

Beschouw het filter met input x en output y dat beschreven wordt door de differentievergelijking:

$$y[n] = \frac{1}{3}y[n-1] + x[n-1] - \frac{1}{9}x[n-2]$$

1. Bepaal de overdrachtsfunctie $H(z)$.
2. Bepaal de gelijkstroomversterking (DC-amplification) van dit filter.
3. Maak een polen-nulpunten plot.
4. Bestaat er een eenvoudiger filter met dezelfde functionaliteit? Zo ja geef de differentievergelijking, zo nee waarom niet.

Opgave 4: (25%)

Gegeven een digitaal analogon van een RC-filter. De overdrachtsfunctie van de invoer $x[n]$ naar de uitvoer is $y[n]$:

$$H(z) = \frac{\sqrt{3}z}{4-2z}$$

1. Gegeven de invoerspanning $x[n] = V + V \cdot \sin(\hat{\omega}n)$ met $\hat{\omega} = \pi/3$. Bepaal de uitvoerspanning als functie van de tijd n .
2. Stel dat x en y array's zijn. Bepaal de differentievergelijking en implementeer vervolgens dit filter met een stukje Java, C of Modula code. Je hoeft geen rekening te houden met randeffecten.
3. Bereken de modulus van de overdrachtsfunctie $|H(e^{j\hat{\omega}})|$.
4. Teken de modulus van de overdrachtsfunctie $|H(e^{j\hat{\omega}})|$ als functie van de hoekfrequentie $\hat{\omega}$.